Úkol 2, příklad 8

František Farka

7. března 2010

Zvolím proměnné $c_1^+ \dots c_n^+, c_1^- \dots c_n^-$ jako kladné, resp. záporné části souřadnic nějakého bodu z polyedru P^1 a proměnné $v_1^+ \dots v_n^+, v_1^- \dots v_1^-$ jako kladné, resp. záporné části vzdálenosti v i-té složce

Dále budu značit

$$c = (c_1^+ - c_1^-, \dots, c_n^+ - c_n^-)^T$$

$$d = c + (v_1^+ - v_1^-, \dots, v_n^+ - v_n^-)^T$$

Kde d odpovídá nějakému bodu z P^2

Nerovnicový tvar úlohy je pak:

$$\begin{aligned} A^1c &\leq b^1 \\ A^2d &\leq b^2 \\ -c &\leq 0 \\ -d &\leq 0 \end{aligned}$$

s cílovou funkcí

$$\min \sum_{i=1}^{n} v_i^+ + v_i^-$$

Výraz $v_i^+ + v_i^-$ nahrazuje absolutní hodnotu, a proto je optimalizační funkce schodná ze zadanou metrikou.

Rovnicový tvar úlohy doplníme o proměnné $r = (r_1, \dots, r_n)$ a $s = (s_1, \dots, s_n)$

$$\begin{aligned} A^1c + r &= b^1 \\ A^2d + s &= b^2 \end{aligned}$$

Nezápornost všech proměnných v tomto tvaru plyne z tvaru úlohy. Cílová funkce zůstane nezměněna, tedy

$$\min \sum_{i=1}^{n} v_i^+ + v_i^-$$

Protože obě úlohy LP se liší pouze tvarem, stačí ukázat správnost jednoho tvaru, zvolím první tvar. Z podmínek musí c být nějaký bod polyedru P^1 a d nějaký bod polyedru P^2. Potom je vektor v vzdálenost mezi nimi. Absolutní hodnotu v pošťácké metrice jsem opsal pomocí kladné a záporné části složek v. Množina všech přípustných řešení úlohy je tedy množina všech vzdáleností mezi polyedry a hledáme-li nejmenší vzdálenost, budeme minimalizovat.